Une revue des techniques utilisées pour le calcul de la diffraction par les surfaces rugueuses aléatoires

Y. Béniguel, IEEA, Courbevoie, France, <u>beniguel@club-internet.fr</u>G. Berginc, Thales TCO, Guyancourt, France, <u>gerard.berginc@fr.thalesgroup.com</u>

Résumé

Les différentes techniques permettant le calcul de la diffraction par les surfaces rugueuses sont indiquées. Deux d'entre elles, celle utilisant l'approximation de Kirchhoff et celle utilisant l'approximation des faibles pentes présentées plus détail. sont en Les caractéristiques recherchées sont: la précision pour les incidences rasantes, la capacité à traiter des problèmes faiblement ou fortement rugueux, les problèmes double échelle et le renforcement du champ dans la direction antispéculaire. Les méthodes de calcul doivent permettre par ailleurs de traiter un problème de surface. le cas échéant anisotrope. caractéristiques Ces sont examinées plus en détail pour les deux méthodes développées.

1. Introduction

Le problème de la diffraction par les surfaces rugueuses est à prendre en compte dans un grand nombre d'applications à la fois pour les problèmes de détection (radar, laser) et de télécommunications. Si les surfaces diffractantes sont parfaitement conductrices, équations du problème sont les sans dimension. Elles s'appliquent par conséquent quelle que soit la fréquence utilisée. Si les surfaces sont imparfaitement conductrices, la fréquence de fonctionnement est importante et la solution du problème devient dépendante de celle-ci.

Il existe classiquement deux approches pour ce type de problème: celles issues de méthodes de résolution exactes et celles construites à partir de solutions asymptotiques.

Abstract

The different techniques allowing to cope with the rough surface scattering problem are referenced. Two of them, the one based on the Kirchhoff Approximation and the Small Slope Approximation technique are presented with greater details. The points of interest are : the accuracy of the result when dealing with grazing incidences, the possibility to consider different levels of roughness, the possibility to different scales existing cope with simultaneously on the surface and the backscattering enhancement problem. Moreover a calculation method should be used for arbitrary surfaces, on occasion These different points anisotropic. are commented with more details for the two techniques developed.

Les méthodes exactes consistent en une résolution des équations intégrales du champ par la méthode des moments. On réalise plusieurs tirages de la surface et on calcule le champ diffracté en prenant la moyenne des résultats obtenus sur l'ensemble des échantillons de surface. Dans le cas de surfaces rugueuses on est rapidement conduit à des problèmes de grande dimension et cette technique est très coûteuse pour un problème de surface. Elle est généralement utilisée dans le cas de la diffraction par un profil rugueux (1D) à titre de validation.

méthodes asymptotiques Les sont nombreuses. ou les Les unes autres s'appliquent suivant les valeurs des paramètres définissant la surface essentiellement l'écart type de la hauteur des aspérités et leur distance de corrélation. La

figure ci-après empruntée à Ishimaru situe les domaines de validité de ces différentes techniques.

- KA fait référence à l'approximation de Kirchhoff ou optique physique. Cette méthode est la méthode de référence. Elle est brièvement rappelée dans cet article.
- PP correspond à la technique de perturbation de la phase
- FP correspond à la technique de perturbation du champ

Le premier cas (KA) s'applique mieux pour des cas fortement rugueux. Les autres cas correspondent à des cas faiblement rugueux. Ces deux techniques ne sont pas détaillées dans cet article. La technique des faibles pentes (SSA Small Slope Approximation) [2], plus générale est par contre présentée.

La technique de l'optique géométrique peut également être utilisée. Le résultat s'obtient après avoir pris la moyenne du champ réfléchi pour plusieurs échantillons de surface possédant les propriétés statistiques requises (écart type de la hauteur des aspérités, distance de corrélation).

La zone référencée E sur la figure ci-dessous correspond à des situations où il y a un renforcement du champ dans la direction antispéculaire. La pente de la surface est définie comme le rapport de la distance de corrélation des aspérités à l'écart type de la hauteur des aspérités.



D'une manière générale, le champ diffracté par une surface rugueuse est la somme de deux composantes, l'une cohérente et l'autre incohérente. La composante incohérente ou diffuse est liée à la nature aléatoire de la surface. La composante cohérente existe dans deux directions particulières : spéculaire et antispéculaire. L'amplitude de la composante spéculaire est liée à la valeur moyenne de la hauteur des aspérités. Son amplitude décroît avec la rugosité. La composante cohérente antispéculaire est quant à elle liée aux doubles interactions sur la surface et au contraire du cas précédent son amplitude augmente avec la rugosité de la surface.

Le calcul des amplitudes relatives des composantes spéculaire et antispéculaire a été initialement traité par Beckmann et Spizzichino [1]. La technique de calcul est basée sur l'approximation de l'optique physique (KA). Les résultats obtenus sont bons si la rugosité n'est pas trop faible et en dehors des directions rasantes pour lesquelles l'approximation de l'optique physique n'est plus respectée.

Pour des rugosités plus faibles, la méthode des faibles perturbations s'applique sans limitation pour les directions rasantes.

La technique des faibles pentes (SSA) introduite par Voronovitch [2] fait le lien entre les deux précédentes. Elle permet de considérer des pentes qui peuvent être significatives et s'applique par conséquent à la fois aux faibles et aux fortes pentes. Le résultat obtenu s'exprime comme une somme de termes intégraux par rapport à la pente. DEux problèmes supplémentaires peuvent être traités par cette technique :

- Le problème non local [3] afin de mettre en évidence le phénomène de renforcement du champ dans la direction anti-spéculaire,
- Le problème double échelle permettant de considérer deux ordres de rugosité très différents : typiquement la surface de la mer en y associant les vagues de gravité et les vagues de capillarité.

1 Approximation de Kirchhoff au premier ordre

Le champ électrique diffracté se calcule à partir de l'identité de Green. On prend comme hypothèse (optique physique) que le champ en un point sur la surface est celui qui serait présent sur le plan tangent en ce point. Sous cette hypothèse, le calcul conduit à l'intégrale de Kirchhoff.

$$E(r) = \frac{F}{A} \iint exp(jv.r) dx dy$$

où F est un facteur géométrique et le vecteur v est la différence des vecteurs d'onde associés aux champs incident et diffracté.



Les propriétés statistiques de la surface sont introduites dans cette intégrale pour le calcul correspondant. La solution du problème s'applique à un problème 1D ou 2D. Elle suppose dans ce dernier cas une surface rugueuse présentant une fonction d'autocorrélation des irrégularités Gaussienne et isotrope.

2 Approximation de Kirchhoff au second ordre

On considère le cas de rayons doublement diffractés comme indiqué sur la figure ciaprès.

La fonction de Green associée pour le couple de points (x_1, z_1) , (x_2, z_2) est :

$$G = \frac{j}{4\pi k_{z1}} \int \exp(jk_1(x_1 - x_2) + jk_{z1}(z_1 - z_2)) dk_{z1}$$

où k_1 est le vecteur donné par l'expression :

$$\overline{\mathbf{k}}_1 = \mathbf{k}_1 \, \widehat{\mathbf{x}} + \mathbf{k}_{z1} \, \widehat{\mathbf{z}}$$



figure 1

Le champ diffracté s'obtient par l'identité de Green:

$$E(r) = \int \left(E(r') \frac{\partial G(r,r')}{\partial n'} - G(r,r') \frac{\partial E(r')}{\partial n'} \right) ds'$$

et en remplaçant G par sa valeur:

$$\mathbf{E} = \int d\mathbf{k}_{z1} \int d\mathbf{x} \exp\left(\mathbf{j}\,\overline{\mathbf{k}}_{1}.(\,\overline{\mathbf{r}}_{1}-\overline{\mathbf{r}}_{2}\,)+\mathbf{j}\,\overline{\mathbf{k}}_{1}.\,\overline{\mathbf{r}}_{2}\,\right) \frac{\mathbf{n}_{2}.\,(\mathbf{k}_{1}-\mathbf{k}_{1}\,)}{4\,\pi\,\mathbf{k}_{z1}}$$

Le vecteur \mathbf{k}_i a pour composantes :

$$\overline{\mathbf{k}}_{\mathbf{i}} = \mathbf{k}_{\mathbf{i}} \, \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{k}_{\mathbf{z}\mathbf{i}} \, \hat{\mathbf{z}}$$

Le dernier terme de l'intégrale, qui contient la valeur de la normale à la surface est celui qu'on obtient dans le calcul de l'intégrale de Kirchhoff. Si le champ est diffracté deux fois sur la surface, on doit inclure un terme additif par rapport à la coordonnée d'espace et on obtient :

$$E = \int dk_{z1} \int dx_1 \int \exp(-j(\overline{k} - \overline{k}_1)) \cdot \overline{r}_1 - j(\overline{k}_1 - \overline{k}_i) \cdot \overline{r}_2)$$

$$\left[\frac{\hat{\mathbf{n}}_2.(\overline{\mathbf{k}}_1-\overline{\mathbf{k}}_i)}{4\pi\,\mathbf{k}_{z1}} \quad \frac{\hat{\mathbf{n}}_1.(\overline{\mathbf{k}}-\overline{\mathbf{k}}_1)}{4\pi\,\mathbf{k}_z}\right] d\mathbf{x}_2$$

Le champ diffracté s'écrit finalement sous la forme:

E =
$$\frac{1}{4\pi^2 k_z} \int \frac{dk_{z1}}{k_{z1}} (J_1 + J_2)$$

avec:

$$J_{1} = F_{1} G_{1} \int dx_{1} \exp(ja x_{1} + j\varepsilon \tau_{1})$$

$$\int dx_{2} \exp(jb x_{2} - j\varepsilon \tau_{2}) S_{t} (x_{1}, x_{2})$$

et

$$J_{2} = F_{2} G_{2} \int dx_{1} \exp(jc x_{1} + j\varepsilon \tau_{1})$$
$$\int dx_{2} \exp(jd x_{2} - j\varepsilon \tau_{2}) S_{t} (x_{1}, x_{2})$$

Où les coefficients a, b, c, d et e sont liées aux composantes de \mathbf{k}_i , \mathbf{k}_1 et \mathbf{k} . La fonction S_t est une fonction d'ombre. Sa valeur dépend des positions relatives considérées pour les doubles diffractions.

Pour obtenir l'énergie diffusée, la valeur du champ diffracté doit être multipliée par son conjugué. Des hypothèses doivent être prises pour les probabilités combinées des couples de points. Les résultats obtenus sont présentés ci dessous. L'expression obtenue est difficile à généraliser pour un problème de diffraction par une surface.



3 Méthode des faibles pentes

3.1 Méthode locale 3.1.1 Premier ordre

Dans la méthode des faibles pentes, on écrit le champ sous la forme d'un développement par pente caractérisant rapport à la les irrégularités (le rapport de l'écart type des aspérités à leur distance de corrélation). Celle ci doit par conséquent être faible devant 1. Les champs incident et diffracté sont définis par les directions $k_0 \hat{\mathbf{r}} + q_0 \hat{\mathbf{z}}$ et $k \hat{\mathbf{r}} - q_k \hat{\mathbf{z}}$, où $\hat{\mathbf{r}}$ et $\hat{\mathbf{z}}$ sont les vecteurs unitaires. Les nombres d'onde peuvent être complexes dans la formulation. Les ondes évanescentes sont par conséquent prises en compte dans le calcul. Le champ incident peut s'écrire sous la forme :

$$\Psi_{\text{inc}} = q_0^{-1/2} \exp(-jk_0.r + jq_0|z|)$$

En écrivant le champ total sous la forme d'une somme d'ondes planes, on obtient l'expression :

$$\Psi = \Psi_{inc} + \Psi_{sc} = q_0^{-1/2} \exp(jk_0 \cdot r + jq_0 z)$$

+ $\int S(k,k_0) \exp(jk \cdot r - jqz) \frac{dk}{q^{1/2}}$

La quantité S(k , k_o) est l'amplitude du champ diffracté. C'est une matrice 2 x 2. Son expression générale est:

$$S(\mathbf{k},\mathbf{k}_{0}) = \int \exp\left(-i\left(\mathbf{k}-\mathbf{k}_{0}\right)\cdot\mathbf{r}+i\left(q_{k}+q_{0}\right)h(\mathbf{r})\right)$$
$$\Phi\left(\mathbf{k},\mathbf{k}_{0};\xi\right)e^{i\xi\cdot\mathbf{r}}\,d\mathbf{r}d\xi\,\Big/(2\xi)^{2}$$

où f est une fonctionnelle à déterminer que l'on écrit sous la forme :

$$\Phi(\mathbf{k},\mathbf{k}_{0};\xi) = \delta(\xi) \Phi_{0}(\mathbf{k},\mathbf{k}_{0}) + \delta(\xi - \xi_{1})\Phi_{1}(\mathbf{k},\mathbf{k}_{0};\xi_{1})h(\xi_{1}) + \delta(\xi - \xi_{1} - \xi_{2}) \Phi_{2}(\mathbf{k},\mathbf{k}_{0};\xi_{1},\xi_{2}) h(\xi_{1}) h(\xi_{2}) + \dots$$

h (ξ) est la transformée de Fourier de la hauteur des aspérités:

$$h(\xi) = \int h(\mathbf{r}) e^{-i\xi \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r} / (2\pi)^2$$

 $\begin{array}{l} \Phi \mbox{ est développée en série de Taylor autour de } \\ h_o(\xi) = 0 \ (h_o(\xi) = 0 \mbox{ est la transformée de Fourier du plan tangent). Les termes successifs $ \Phi_n$ sont des fonctions à déterminer. Ceci s'effectue par identification avec le développement fourni par la méthode des faibles fluctuations. Le résultat obtenu à l'ordre 2 est : } \end{array}$

$$S(\mathbf{k},\mathbf{k}_{0}) = -\frac{2(q_{k}q_{0})^{1/2}}{Q} \int \exp(-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}_{0})\cdot\mathbf{r}+i(q_{k}+q_{0})h(\mathbf{r}))$$
$$\left\{B(\mathbf{k},\mathbf{k}_{0}) - \frac{i}{4}\int M(\mathbf{k},\mathbf{k}_{0};\xi)h(\xi)e^{i\xi\cdot\mathbf{r}}d\xi\right\}d\mathbf{r}/(2\xi)^{2}$$

où l'on a introduit la fonction $M(k, k_o; \xi)$ telle que:

$$M(k, k_0; \xi) = B_2(k, k_0; k - \xi) + B_2(k, k_0; k_0 + \xi)$$

- 2 (q+q_0) B(k, k_0)

- 4 -

- 5 -

La matrice B est définie par :

$$B(\mathbf{k}, \mathbf{k}_{0}) = \begin{bmatrix} \frac{K^{2}\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}_{0} - k^{2} k_{0}^{2}}{q_{k} q_{0} k k_{0}} & \frac{K^{2} \mathbf{N} \cdot \mathbf{k} \times \mathbf{k}_{0}}{q_{k} k k_{0}} \\ \frac{K^{2} \mathbf{N} \cdot \mathbf{k} \times \mathbf{k}_{0}}{q_{0} k k_{0}} & -\frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}_{0}}{k k_{0}} \end{bmatrix}$$

et la matrice B2 par l'expression :

$$B_{2}(k,k_{0},\xi) = -2q_{\xi} B(k,\xi) B(\xi,\xi) B(\xi,k_{0})$$

L'exemple ci-après s'applique à une surface faiblement rugueuse. Le résultat fourni par la technique SSA est identique à celui fourni par d'autres techniques également applicables [5]. La correspondance du résultat fourni par la méthode de Kirchhoff avec celui de la méthode SSA n'est assurée que pour la direction spéculaire. De plus et contrairement à ce que l'on doit trouver, il ne dépend pas de la polarisation pour un matériau parfaitement conducteur.



3.1.2 Solution à l'ordre 2 <u>Polarisation TE</u>

Pour la polarisation TE, le terme $B(\mathbf{k},\mathbf{k}_0)$ est égal à -1. Le terme $B_2(\mathbf{k},\mathbf{k}_0;\xi)$ est par conséquent égal à :

$$\mathbf{B}_{2}(\mathbf{k},\mathbf{k}_{0};\boldsymbol{\xi})=2\mathbf{q}_{\boldsymbol{\xi}}$$

ce qui donne pour M :

$$M(\mathbf{k}, \mathbf{k}_0; \xi) = 2[q_{\mathbf{k}-\xi} + q_{\mathbf{k}_0-\xi} - Q]$$

La fonction $F(\mathbf{k}, \mathbf{k}_{0}; \mathbf{r})$ qui est l'intégrale de M dans l'expression indiquée précédemment se calcule par FFT, ce qui ne présente pas de difficulté particulière. Le calcul de cette intégrale fait apparaître en outre, non pas la transformée de Fourrier de la hauteur des aspérités, mais leur fonction d'autocorrélation. Cette dernière peut être quelconque et s'appliquer à une surface isotrope ou anisotrope. On peut utiliser soit une fonction analytique soit une fonction numérique correspondant par exemple à des mesures effectuées sur un échantillon de surface.

Polarisation TM

Pour la polarisation TM, la fonction M est égale à :

$$M = -\frac{2}{q_{k}q_{0}} \left[\frac{\left[K^{2} - k.(k - \xi)\right] \left[K^{2} - k_{0}.(k - \xi)\right]}{q_{k-\xi}} \right]$$
$$\frac{\left[K^{2} - k.(k_{0} + \xi)\right] \left[K^{2} - k_{0}.(k_{0} + \xi)\right]}{q_{k0+\xi}} - Q\left(K^{2} - k.k_{0}\right) \right]$$

avec
$$q_{\mathbf{k}-\xi} = \left[\mathbf{K}^2 - (\mathbf{k} - \xi)^2 \right]^{1/2}$$

L'expression obtenue présente une singularité à la différence du cas précédent. Celle-ci s'élimine en intégrant par parties.

Le résultat ci-dessous s'applique à un échantillon de surface présentant une forte rugosité. La correction d'ordre 2 ne modifie pas sensiblement le résultat et toutes les techniques de calcul fournissent le même résultat quelle que soit la polarisation.

kh = 0.5 / kL = 10. / tetai = 20° / phi = 0° slope 4°



3.2 Technique non locale

On considère cette fois l'interaction d'un couple de points r_1 , r_2 . L'amplitude du champ diffracté devient :

 $S(k,k_0) = \int \exp(-jk.r_1 + jqh(r_1))$ $\exp(jk_0.r_2 + jq_0h(r_2))\Phi_0(k,k_0,r_1,r_2)\frac{dr_1dr_2}{(2\pi)^2}$

La fonction Φ_0 (k, k₀, r₁, r₂) inclut les contributions d'ordre 1 et d'ordre 2. Pour l'obtenir, on développe Φ_0 en une somme de termes intégraux ordonnés par rapport aux ordres successifs de la pente de la surface. Les coefficients multiplicatifs correspondants s'obtiennent par comparaison avec ceux fournis par la méthode des faibles perturbations. La solution numérique est obtenue dans un domaine transformé en prenant les transformées de Fourier des différents termes. En particulier au lieu d'utiliser la fonction d'autocorrélation des irrégularités, on utilise leur densité spectrale. Celle-ci peut par conséquent être quelconque, obtenue le cas échéant par transformée de Fourier d'une fonction d'autocorrélation mesurée.

Les interactions d'ordre 2 sur la surface sont à l'origine du phénomène de renforcement du champ dans la direction antispéculaire. Elles correspondent à l'ordre 2 du développement de Φ_0 . Le coefficient correspondant est le suivant :

$$\Phi_{0}(\mathbf{k},\mathbf{k}_{0},\boldsymbol{\xi}) = \frac{(\mathbf{q}\,\mathbf{q}_{0})^{1/2}}{\mathbf{q}+\mathbf{q}_{0}} \left[2\,\mathbf{B}\,(\mathbf{k},\mathbf{k}_{0}\,) + \frac{\mathbf{B}_{2}\,(\mathbf{k},\mathbf{k}_{0}\,,\mathbf{k}_{0}\,) - \mathbf{B}_{2}\,(\mathbf{k},\mathbf{k}_{0}\,,\boldsymbol{\xi}\,)}{\mathbf{q}_{0}} + \frac{\mathbf{B}_{2}\,(\mathbf{k},\mathbf{k}_{0}\,,\mathbf{k}_{0}\,) - \mathbf{B}_{2}\,(\mathbf{k},\mathbf{k}_{0}\,,\boldsymbol{\xi})}{\mathbf{q}} \right]$$

On a fait apparaître trois nombres d'onde : k_0 pour l'onde incidente, k pour l'onde diffractée et ξ pour les doubles interactions. La valeur de ξ peut être complexe. Ceci correspond à l'énergie associée aux ondes évanescentes. Le terme B2 est le suivant :

$$\mathbf{B}_{2}(\mathbf{k},\mathbf{k}_{0},\boldsymbol{\xi}) = -2 \,\mathbf{q}_{\boldsymbol{\xi}} \mathbf{B}(\mathbf{k},\boldsymbol{\xi}) \,\mathbf{B}(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\xi}) \,\mathbf{B}(\boldsymbol{\xi},\mathbf{k}_{0})$$

B est une matrice 2 x 2. Les valeurs de B pour les polarisations TE et TM sont respectivement :

B(k,k₀)=-1. et B(k,k₀) =
$$\frac{K^2 - k \cdot k_0}{q q_0}$$

3.2.1 polarisation TE

Dans le cas de la polarisation TE, la valeur de B2 est :

 $B_{2} (k, k_{0}, \xi) = -2 q_{\xi}$ ce qui conduit pour Φ_{0} à: $\Phi_{0} (k, k_{0}, \xi) = \frac{(q q_{0})^{1/2}}{Q} \left[1 - \frac{q_{\xi} Q}{q q_{0}} \right]$

avec $Q = q + q_0$

L'amplitude du champ diffracté est :

$$S(k,k_0) = \frac{2\sqrt{q} q_0}{Q} \int \exp(-j(k-\xi) \cdot r_1 + jqh(r_1))$$

$$\exp(j(k_0 - \xi) \cdot r_2 + jq_0h(r_2)) \left[1 - \frac{q_\xi Q}{q q_0}\right] \frac{dr_1 dr_2}{(2\pi)^4} d\xi$$

On prend en compte les doubles interactions en introduisant les vecteurs r_1 et r_2 . En introduisant la somme et la différence des coordonnées, on obtient :

$$\int \exp\left(-j\frac{k-k_0}{2}\rho - j\frac{k+k_0}{2}R + j\xi R\right)$$
$$\exp\left(jqh\left(\frac{\rho+R}{2}\right) + jqh_0\left(\frac{\rho-R}{2}\right)\right) \Phi_0 d\rho dR d\xi$$

 Φ_0 est la somme de deux termes. Le premier ne dépend pas de ξ et est identique au développement SSA au premier ordre. Le second contient le facteur q_{ξ} et doit être traité de manière spécifique.

Pour le premier terme, la solution de l'intégrale est :

$$S(k,k_0) = \frac{4\sqrt{qq_0}}{Q} \int J_0((k-k_0)\rho) \exp(jQh(\rho))d\rho$$

- 6 -

Il s'y ajoute une fonction dépendant des propriétés statistiques de la surface qui n'est pas écrite ici. Ce résultat est identique à celui obtenu avec la méthode SSA [4].

Pour le second terme, on doit calculer la contribution du terme q_{ξ} . Deux alternatives sont présentées :

- en ne considérant que la contribution des ondes progressives (q_ξ réel)
- en considérant la contribution des ondes évanescentes (q_E complexe)

L'expression à calculer est :

$$\int \exp\left(-j\frac{\mathbf{k}-\mathbf{k}_{0}}{2}\rho\right)\exp\left(-j\frac{\mathbf{k}+\mathbf{k}_{0}}{2}\mathbf{R}+\boldsymbol{\xi}\,\mathbf{R}\right)\mathbf{q}_{\boldsymbol{\xi}}\mathrm{d}\rho\,\mathrm{d}\boldsymbol{\xi}\,\mathrm{d}\mathbf{R}$$

Si q_{ξ} est réel, on obtient après changement de variable :

$$\int \exp(-j\frac{k-k_0}{2}(\rho-\rho'))\exp(-j\frac{k+k_0}{2}(R-R') + jK(R-R') \sin u)\cos^4 u \, d\rho \, du \, dR \, d\rho' dR'$$

Le calcul numérique correspondant ne pose pas de problème particulier si ce n'est celui de la fonction qui traduit la probabilité composée des hauteurs des aspérités pour un couple de points sur la surface. Ce terme doit être rajouté dans l'expression ci-dessus.

On s'affranchit des intégrales par rapport à $\rho - \rho$ ' d'une part et par rapport à R – R' d'autre part en passant aux coordonnées polaires. L'intégration par rapport à u fait apparaître la fonction J2. Le résultat obtenu est :

$$\int J_0((k-k_0)v/2)J_0((k+k_0)\tau/2)\frac{J_2(K\tau)}{(K\tau/2)^2}dvd\tau$$

Si q_{ξ} est complexe, on procède par intégration par parties puis on utilise la formule de \Box Weyl pour la fonction de Green du problème. Le résultat obtenu se calcule par FFT.

3.2.2 Polarisation TM

Le terme Φ_0 est dans ce cas :

$$\Phi_{0} = -\frac{2}{q q_{0}} \left(K^{2} - k . k_{0} \right) + \frac{2 Q}{(q q_{0})^{2} q_{\xi}} \left(K^{2} - k . \xi \right) \left(K^{2} - k_{0} . \xi \right)$$

L'analyse est similaire à celle effectuée précédemment.

Le premier terme correspond à la solution SSA. Le second terme possède une double singularité par rapport à q_{ξ} et par rapport à q et q_0 i.e. pour les directions rasantes. La singularité pour la polarisation TM est d'un ordre supérieur à celle de la polarisation TE.

On élimine la singularité par rapport à ξ en intégrant par parties. On peut de même que précédemment trouver une solution semianalytique dans le cas où seules les ondes progressives sont prises en compte . Dans le cas général on procède par FFT. Cette solution n'est toutefois valable qu'en dehors des directions rasantes q ou q₀ = 0.

Solution aux angles rasants

On utilise l'identité ci-dessous :

$$\int \frac{\nabla \exp(j(\xi - k) \cdot r_{1})}{j(\xi - k)} \exp(jqh(r_{1})) dr_{1}$$

= $\int \frac{q\nabla h(r_{1})}{(k - \xi)} \exp(-j(k - \xi) \cdot r_{1} + jqh(r_{1})) dr_{1}$

On procède de même en dérivant par rapport à q_0 . En remplaçant dans l'expression du champ diffracté, on obtient :

$$2\sqrt{qq_0}\int \exp(-jk.r_1 + jqh(r_1) + jk_0.r_2 + jq_0h(r_2) + j\xi.R)$$

$$\nabla \mathbf{h}(\mathbf{r}_{1})\nabla \mathbf{h}(\mathbf{r}_{2}) \frac{\left(\mathbf{K}^{2}-\mathbf{k}\xi\right)\left(\mathbf{K}^{2}-\mathbf{k}_{0}\xi\right)}{\mathbf{q}_{\xi}\left(\mathbf{k}-\xi\right)\left(\xi-\mathbf{k}_{0}\right)} d\mathbf{r}_{1} d\mathbf{r}_{2} d\xi$$

Le terme qq_0 s'élimine dans le calcul de l'énergie diffractée par un échantillon de surface qui fait intervenir en fait la surface projetée par rapport aux directions de référence. On résout ainsi le problème de la singularité aux angles rasants. En contrepartie les propriétés statistiques de la surface ne sont plus liées à la hauteur des aspérités mais à leur pente.

La figure ci-dessous montre le résultat obtenu en polarisation TE pour un échantillon de surface présentant une pente de 1.18. L'amplitude de la composante antispéculaire est significative dans ce cas.



 $k\sigma_{\rm h} = 1.5$; kL = 1.8; $\vartheta_{\rm i} = 40^{\circ}$; pente 1.18 4 Conclusion

Deux approches parmi les plus pertinentes pour l'analyse de la diffraction par une surface rugueuse ont été présentées.

La méthode de Kirchhoff est la plus simple à utiliser. Elle est très souvent prise comme référence. Elle convient bien pour une surface de rugosité pas trop faible suivant les critères qui ont été définis. Le résultat fourni est erroné aux directions rasantes et pour des surfaces faiblement rugueuses. La méthode de calcul suppose par ailleurs une surface Gaussienne et isotrope. Le problème de renforcement du champ dans la direction antispéculaire est difficile à appréhender si l'on veut considérer un problème 2D.

La méthode des faibles pentes est plus générale, le critère de faible pente n'étant en

fait pas très contraignant. La méthode présente surtout l'avantage de permettre de traiter des surfaces arbitraires et d'être précise aux directions rasantes.

Le problème de la précision aux angles rasants est un point particulièrement important. Il intervient par exemple pour les problèmes de détection au dessus de la mer ou bien pour des calculs de SER d'une cible laser sachant que toutes les directions d'incidence sont à considérer dans ce cas.

Dans un article de revue, Bahar [5] a effectué une comparaison plus complète des méthodes asymptotiques classées par rapport à l'ordre des approximations utilisées. Les exemples traités ici correspondent à des exemples tirés de cet article. Les résultats SSA sont en particulier en parfait accord avec la méthode « full wave », la plus exacte (le moins d'hypothèses sous jacentes) référencée dans cet article.

Références

[1] P. Beckmann, A. Spizzichino, "The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces", Artech House, 1987

[2] A. Voronovich, "Small slope approximation for electromagnetic wave scattering at a rough interface of two dielectric half-spaces", Waves in random media, 1994, pp. 337 – 367

[3] A. Voronovich, "Non local small slope for wave scattering from rough surfaces", Waves in random media, april 1996, pp. 151 - 167

[4] G. Berginc, Y. Béniguel "Small slope approximation method : higher order contributions for scattering from conducting 3D surfaces", SPIE symposium, Denver, July 1999

[5] E. Bahar, B. Lee «Radar scatter cross sections for two dimensionnal random rough surfaces – Full wave solutions and comparisons with experiments », Waves in random media, january 1996